

四川省绵阳中学高 2022 届高三第一次质量检测

理科数学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、考号填写在答题卡上, 并将条形码贴在

在答题卡上对应的虚线框内。

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案

标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时,

将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将答题卡交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中,

只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | -1 < x \leq 3\}$, 则 $C_U A = (\quad)$

A. $(-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$

B. $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$

C. $(3, +\infty)$

D. $(-\infty, -1]$

2. 复数 $\frac{2-i}{2+i}$ 的共轭复数是 ()

A. $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

B. $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

C. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

D. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

3. 某学校共有教职工 120 人, 对他们进行年龄结构和受教育程度的调查, 其结果如下表:

现从该校教职工中任取 1 人, 则下列结论正确的是 ()

	本科	研究生	合计
35 岁以下	40	30	70
35-50 岁	27	13	40
50 岁以上	8	2	10

A. 该教职工具有本科学历的概率低于 60%

B. 该教职工具有研究生学历的概率超过 50%

C. 该教职工的年龄在 50 岁以上的概率超过 10%

D. 该教职工的年龄在 35 岁及以上且具有研究生学历的概率超过 10%

4. 设 p : “事件 A 与事件 B 互斥”, q : “事件 A 与事件 B 互为对立事件”, 则 p 是 q 的 ()

14. 曲线 $y = \cos x$ 与 x 轴在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ 上所围成的区域部分的面积为_____.

15. 若变量, y 满足 $\begin{cases} x|y| \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 则 $2x+y$ 的值为_____.

16. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 满足 $f(x+1) = 2f(x)$, 且当 $x \in (0,1]$ 时,

$f(x) = x(x-1)$. 若对任意 $x \in (-\infty, m]$, 都有 $f(x) \geq -\frac{8}{9}$, 则 m 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. 已知正项等差数列 $\{a_n\}$ 满足: $S_n^2 = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3$, $n \in N^*$, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $b_n = (-1)^n \frac{4n}{(2a_n-1)(2a_n+1)}$ ($n \in N^*$), 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_{2n} .

18. 足不出户, 手机下单, 送菜到家, 轻松逛起手机“菜市场”, 拎起手机“菜篮子”, 省心又省力. 某手机 *App* (应用程序) 公司为了了解居民使用这款 *App* 使用者的人数及满意度, 对一大型小区居民开展 5 个月的调查活动, 从使用这款 *App* 的人数的满意度统计数据如下:

月份	1	2	3	4	5
不满意的人数	120	105	100	95	80

	使用 <i>App</i>	不使用 <i>App</i>
女性	48	12
男性	22	18

(1) 请利用所给数据求不满意人数 y 与月份 x 之间的回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 并预测该小区 10 月份的对这款 *App* 不满意人数:

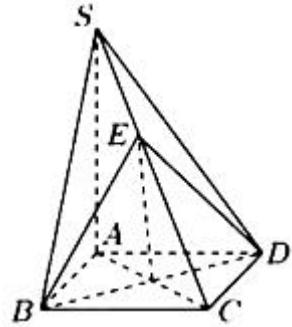
(2) 工作人员发现使用这款 *App* 居民的年龄 X 近似服从正态分布 $N(35, 4^2)$, 求 $P(27 < X \leq 47)$ 的值;

(3) 工作人员从这 5 个月内的调查表中随机抽查 100 人, 调查是否使用这款 *App* 与性别的关系, 得到上右表:

能否据此判断有 99% 的把握认为是否使用这款 *App* 与性别有关?

$$\text{参考公式: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

19. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $SA \perp$ 平面 $ABCD$, E 是 SC 上的任意一点.



- (1) 求证: 平面 $EBD \perp$ 平面 SAC ;
- (2) 设 $SA=4$, $AB=2$, 求点 A 到平面 SBD 的距离;
- (3) 当 $\frac{SA}{AB}$ 的值为多少时, 二面角 $B-SC-D$ 的大小为 120° .

20. 已知函数 $f(x) = pe^x - q\cos x$. (其中 p, q 为参数) 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y=x$.

- (1) 求实数 p, q 的值;
- (2) 求函数 $g(x) = f(x) - 2x$ 的最小值;
- (3) 若对任意的 $x \in \mathbb{R}$, 不等式 $xf(x) \geq x^3 + ax^2$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. 已知椭圆 $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过 $A(0, 4)$, $B(\sqrt{5}, -2\sqrt{3})$ 两点, 直线 l 交椭圆 G 于 M, N 两点.

- (1) 求椭圆 G 的标准方程;
- (2) 若直线 l 过点 F , 是否存在常数 t , 使得 $t \vec{OM} \cdot \vec{ON} + \vec{FM} \cdot \vec{FN}$ 为定值, 若存在, 求 t 的值及定值; 若不存在, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 M 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos\phi \\ y = 3\sin\phi \end{cases}$ (ϕ 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 E 的极坐标方程为 $4\rho\cos\theta + \rho\sin\theta = 3$.

- (1) 求曲线 E 的直角坐标方程和曲线 M 的普通方程;
- (2) 在直角坐标系中, 求曲线 E 与 M 的交点坐标.

23. 已知函数 $f(x) = |2x^2 - 1| + |x^2 - 5|$.

- (1) 求不等式 $f(x) < 5$ 的解集;
- (2) 当 $x \in [1, +\infty)$ 时, 不等式 $f(x) \geq tx$ 恒成立, 求实数 t 的取值范围.