

# 四川省绵阳中学高 2022 届高三第一次质量检测

## 理科数学

### 注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、考号填写在答题卡上, 并将条形码贴在答题卡上对应的虚线框内。

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将答题卡交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | -1 < x \leq 3\}$ , 则  $C_U A = ( \quad )$

- A.  $(-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$                       B.  $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$   
C.  $(3, +\infty)$                                       D.  $(-\infty, -1]$

2. 复数  $\frac{2-i}{2+i}$  的共轭复数是 (      )

- A.  $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$               B.  $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$               C.  $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$               D.  $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

3. 某学校共有教职工 120 人, 对他们进行年龄结构和受教育程度的调查, 其结果如下表: 现从该校教职工中任取 1 人, 则下列结论正确的是 (      )

	本科	研究生	合计
35 岁以下	40	30	70
35-50 岁	27	13	40
50 岁以上	8	2	10

- A. 该教职工具有本科学历的概率低于 60%  
B. 该教职工具有研究生学历的概率超过 50%  
C. 该教职工的年龄在 50 岁以上的概率超过 10%  
D. 该教职工的年龄在 35 岁及以上且具有研究生学历的概率超过 10%
4. 设  $p$ : “事件  $A$  与事件  $B$  互斥”,  $q$ : “事件  $A$  与事件  $B$  互为对立事件”, 则  $p$  是  $q$  的 (      )



14. 曲线  $y = \cos x$  与  $x$  轴在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  上所围成的区域部分的面积为\_\_\_\_\_.

15. 若变量,  $y$  满足  $\begin{cases} x|y| \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$ , 则  $2x+y$  的值为\_\_\_\_\_.

16. 设函数  $f(x)$  的定义域为  $R$ , 满足  $f(x+1) = 2f(x)$ , 且当  $x \in (0,1]$  时,

$f(x) = x(x-1)$ . 若对任意  $x \in (-\infty, m]$ , 都有  $f(x) \geq -\frac{8}{9}$ , 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. 已知正项等差数列  $\{a_n\}$  满足： $S_n^2 = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3$ ,  $n \in N^*$ ,  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和。

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 令  $b_n = (-1)^n \frac{4n}{(2a_n - 1)(2a_n + 1)}$  ( $n \in N^*$ ), 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求  $T_{2n}$ .

18. 足不出户，手机下单，送菜到家，轻松逛起手机“菜市场”，拎起手机“菜篮子”，省心又省力。某手机 App（应用程序）公司为了了解居民使用这款 App 使用者的人数及满意度，对一大型小区居民开展 5 个月的调查活动，从使用这款 App 的人数的满意度统计数据如下：

月份	1	2	3	4	5
不满意的人数	120	105	100	95	80

	使用 App	不使用 App
女性	48	12
男性	22	18

(1) 请利用所给数据求不满意人数  $y$  与月份  $x$  之间的回归直线方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ , 并预测该小区 10 月份的对这款 App 不满意人数：

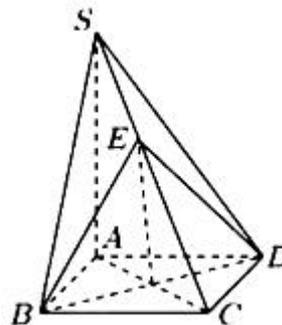
(2) 工作人员发现使用这款 App 居民的年龄  $X$  近似服从正态分布  $N(35, 4^2)$ , 求  $P(27 < X \leq 47)$  的值；

(3) 工作人员从这 5 个月内的调查表中随机抽查 100 人，调查是否使用这款 App 与性别的关系，得到上右表：

能否据此判断有 99% 的把握认为是否使用这款 App 与性别有关？

参考公式：
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

19. 已知四棱锥  $S-ABCD$  的底面  $ABCD$  是正方形,  $SA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $E$  是  $SC$  上的任意一点.



- (1) 求证: 平面  $EBD \perp$  平面  $SAC$ ;
- (2) 设  $SA=4$ ,  $AB=2$ , 求点  $A$  到平面  $SBD$  的距离;
- (3) 当  $\frac{SA}{AB}$  的值为多少时, 二面角  $B-SC-D$  的大小为  $120^\circ$ .

20. 已知函数  $f(x) = pe^x - q\cos x$ . (其中  $p, q$  为参数) 在点  $(0, f(0))$  处的切线方程为  $y=x$ .

- (1) 求实数  $p, q$  的值;
- (2) 求函数  $g(x) = f(x) - 2x$  的最小值;
- (3) 若对任意的  $x \in \mathbb{R}$ , 不等式  $xf(x) \geq x^3 + ax^2$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

21. 已知椭圆  $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过  $A(0, 4)$ ,  $B(\sqrt{5}, -2\sqrt{3})$  两点, 直线  $l$  交椭圆  $G$  于  $M, N$  两点.

- (1) 求椭圆  $G$  的标准方程;
- (2) 若直线  $l$  过点  $F$ , 是否存在常数  $t$ , 使得  $t \vec{OM} \cdot \vec{ON} + \vec{FM} \cdot \vec{FN}$  为定值, 若存在, 求  $t$  的值及定值; 若不存在, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $M$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \cos\phi \\ y = 3\sin\phi \end{cases}$  ( $\phi$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $E$  的极坐标方程为  $4\rho\cos\theta + \rho\sin\theta = 3$ .

- (1) 求曲线  $E$  的直角坐标方程和曲线  $M$  的普通方程;
- (2) 在直角坐标系中, 求曲线  $E$  与  $M$  的交点坐标.

23. 已知函数  $f(x) = |2x^2 - 1| + |x^2 - 5|$ .

- (1) 求不等式  $f(x) < 5$  的解集;
- (2) 当  $x \in [1, +\infty)$  时, 不等式  $f(x) \geq tx$  恒成立, 求实数  $t$  的取值范围.